

Test de antrenament pentru examenul de bacalaureat național 2022

Matematică *M_mate-info*

Test de antrenament 3

*Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică**Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică*

• Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.

• Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

Subiectul I

(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Arătați că numărul $n = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 + (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$ este număr natural. |
| 5p | 2. Determinați $m \in \mathbb{R}$ pentru care reprezentarea geometrică a graficului funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x - 1 - m$ intersectează axa Ox în două puncte distincte. |
| 5p | 3. Rezolvați în $\mathbb{R}$ ecuația $\log_2 x - 2 = \log_2 x$ |
| 5p | 4. Calculați probabilitatea ca alegând la întâmplare un număr de trei cifre acesta să fie pătrat perfect. |
| 5p | 5. În sistemul de coordonate xOy se consideră punctul $A(2,0)$ și dreapta $d: x - y = 0$. Să se determine coordonatele simetricului punctului A față de dreapta d . |
| 5p | 6. Dacă $x \in \mathbb{R}$ și $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$, să se calculeze $\sin 2x$. |

Subiectul al II-lea

(30 puncte)

- | | |
|----|---|
| 5p | 1. Se notează cu $D(x, y, z)$ determinantul matricei $A(x, y, z) = \begin{pmatrix} x & y & z \\ z & x & y \\ y & z & x \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R})$. |
| 5p | a) Calculați $D(1, 1, -2)$. |
| 5p | b) Determinați $x \in \mathbb{R}$ astfel ca matricea $A(x, x, 1)$ să fie inversabilă. |
| 5p | c) Arătați că dacă $x + y + z \geq 0$ atunci $D(x, y, z) \geq 0$. |
| | 2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție „ $*$ ” prin $x * y = 2xy + 2x + 2y + 1$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | a) Să se arate că $x * y = 2(x + 1)(y + 1) - 1$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$. |
| 5p | b) Să se găsească două numere $a, b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ pentru care $a * b \in \mathbb{Z}$. |
| 5p | c) Dacă $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ este șirul definit prin $x_1 = a \in \mathbb{R}$ și $x_{n+1} = x_n * a$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$ să se determine x_{2022} în funcție de a . |

Subiectul al III-lea

(30 puncte)

- | | |
|-----|---|
| 5p | 1. Fie $f, g: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ funcțiile definite prin $f(x) = e^x, g(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2}$ pentru orice $x \in [0, \infty)$ |
| 5p | a) Să se afle derivata de ordinul al doilea a funcției g . |
| 5p | b) Calculați $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - g(x)}{x^3}$. |
| 5p | c) Demonstrați că $f(x) \geq g(x)$ pentru orice $x \in [0, \infty)$. |
| | 2. Fie funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definită prin $f(x) = 1 - \sqrt{x}$. |
| 5p | a) Să se determine $\int x \cdot f(x) dx$, unde $x \in [0, 1]$. |
| 5p | b) Demonstrați că orice primitivă a lui f este concavă pe $(0, 1)$. |
| 5p* | c) Arătați că $\int_0^1 [x \cdot f(x)]^{2021} dx \leq \frac{1}{2022}$. |